МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Кумертауский филиал
федерального государственного
бюджетного образовательного учреждения
высшего образования
«Оренбургский государственный университет»
(Кумертауский филиал ОГУ)

УТВЕРЖДАЮ:
Зам.директора по УМиНР
_____________Л.Ю. Полякова
«05» 12 20 23 г.

ФОНД
ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ
ЭЛЕМЕНТЫ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

Специальность 09.02.08 Интеллектуальные интегрированные системы

Кумертау 2024г.

Фонд оценочных средств по учебной дисциплине «Элементы высшей математики» разработан на основе рабочей программы учебной дисциплины «Элементы высшей математики» по специальности 09.02.08 Интеллектуальные интегрированные системы.

Организация-разработчик: Кумертауский филиал ФГБОУ ВО «Оренбургский государственный университет»

Разработчик: О.И. Самохвалова, преподаватель

Рассмотрено и одобрено на заседании ПЦК «Общепрофессиональных дисциплин»
Протокол № 1 от «05» 12 2023г.

Председатель ПЦК И.С. Тараскина

ПАСПОРТ
фонда оценочных средств учебной дисциплины
Элементы высшей математики

В результате освоения учебной дисциплины обучающийся должен **уметь:**

- выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений;
- определять предел последовательности, предел функции;
- применять методы дифференциального и интегрального исчисления;
- использовать методы дифференцирования и интегрирования для решения практических задач;
- решать дифференциальные уравнения;
- пользоваться понятиями теории комплексных чисел.

В результате освоения учебной дисциплины обучающийся должен **знать:**

- основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии;
- основы дифференциального и интегрального исчисления;
- основы теории комплексных чисел.

Содержание дисциплины должно быть ориентировано на подготовку студентов к освоению профессиональных модулей, овладению общими компетенциями:

ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам.

ОК 02. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности.

ОК 03. Планировать и реализовывать собственное профессиональное и личностное развитие, предпринимательскую деятельность в профессиональной сфере, использовать знания по правовой и финансовой грамотности в различных жизненных ситуациях.

ОК 04. Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде.

ОК 05. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации с учетом особенностей социального и культурного контекста.

ОК 09. Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках.

Перечень оценочных средств по разделам (темам) учебной дисциплины

№ п\п	Разделы (темы) дисциплины	Наименование оценочного средства
1	Тема 1. Теория пределов	Устный опрос Тестирование Выполнение практических работ
2	Тема 2. Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной	Устный опрос Тестирование Выполнение практических работ
3	Тема 3. Интегральное исчисление функции одной действительной переменной	Устный опрос Тестирование Выполнение практических работ
4	Тема 4. Дифференциальное исчисление функции нескольких действительных переменных	Устный опрос Тестирование Выполнение практических работ
5	Тема 5. Интегральное исчисление функции нескольких действительных переменных	Устный опрос Выполнение практических работ
6	Тема 6. Теория рядов	Устный опрос Выполнение практических работ
7	Тема 7. Обыкновенные дифференциальные уравнения	Устный опрос Выполнение практических работ
8	Тема 8-9. Матрицы и определители	Устный опрос Тестирование Выполнение практических работ
9	Тема 10. Векторы и действия с ними	Устный опрос Тестирование Выполнение практических работ
10	Тема 11. Аналитическая геометрия на плоскости	Устный опрос Тестирование Выполнение практических работ

КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА

ТЕМА 1. ТЕОРИЯ ПРЕДЕЛОВ

Перечень вопросов к устному опросу:

1. Числовые последовательности.
2. Предел функции.
3. Свойства пределов.
4. Замечательные пределы, раскрытие неопределенностей.
5. Односторонние пределы, классификация точек разрыва.

Тестирование

1. Число а – предел последовательности $\{Xn\}$, если для любого положительного числа **ε** существует номер N такой, что при n > N выполняется неравенство…

а) $|Xn + a| < \varepsilon$

б) $|Xn - a| > \varepsilon$

в) $|Xn - a| < \varepsilon$

г) $|a - Xn| < \varepsilon$

2. Последовательность, имеющая предел, называется…

а) сходящейся;

б) бесконечно малой;

в) бесконечно большой;

г) расходящейся.

3. Последовательность называется убывающей, если выполняется неравенство…

а) $X_1 \le X_2 \le \dots X_n \le X_{n+1} \le \dots$;

б) $X_1 \ge X_2 \ge \dots X_n \ge X_{n+1} \ge \dots$;

в) $X_1 < X_2 < \dots X_n < X_{n+1} < \dots$;

г) $X_1 > X_2 > \dots X_n > X_{n+1} > \dots$

4. Краткая запись второго замечательного предела имеет вид …

а) $\lim\limits_{x \to o} \frac{\operatorname{Sin} x}{x} = 1$;

б) $\lim\limits_{x \to \infty} (1 + \frac{1}{x})^x = e$;

в) $\lim\limits_{x \to o} (1 + \frac{1}{x}) = e$;

г) $\lim\limits_{x \to \infty} x \cdot \operatorname{Sin} x = 1$

5. Может ли функция f (x) иметь два разных предела в точке x=a?

а) нет, не может;

б) может, если функция возрастающая;

в) может, если функция монотонная;

г) может в любом случае.

6. Функция f (x) называется бесконечно малой функцией в точке $x=x_o$, если …

а) $\lim\limits_{x\to o} f(x) = 0$;

б) $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = 0$;

в) $\lim\limits_{x\to x_o} f(x) = 0$;

г) $\lim\limits_{x\to x_o} f(x) = 1$

7. Если предел функции f (x) в точке x_o и значение функции в этой же точке равны, т.е. $\lim\limits_{x\to x_o} f(x) = f(x_o)$, то функция f (x) называется…

а) ограниченной;

б) непрерывной в точке x_o;

в) имеющей предел в точке X_o;

г) имеющей разрыв в точке X_o.

8. Если функции $f_1(x)$ и $f_2(x)$ непрерывны в точке $x = x_o$, то функция $\psi(x) = f_1(x) + f_2(x)$ является…

а) также непрерывной функцией в точке X_o;

б) ограниченной функцией;

в) функцией, имеющей разрыв в точке X_o;

г) монотонной функцией.

9. Если функция f(x) в точке x_o не является непрерывной, то точка x_o будет называться…

а) точкой разрыва первого рода;

б) точкой устранимого разрыва;

в) точкой разрыва;

г) точкой разрыва второго рода.

10. Если в точке разрыва первого рода оба односторонних предела конечны и равны между собой, но не равны значению функции в этой точке, то эта точка является…

а) точкой неустранимого разрыва;

б) точкой, в которой функция имеет предел;

в) точкой разрыва второго рода;

г) точкой устранимого разрыва.

11. Согласно теореме об ограниченности непрерывной функции на отрезке, если функция f(x) определена и непрерывна на отрезке $[a, в]$, то она…

а) ограничена на этом отрезке;

б) достигает на этом отрезке своих точных граней;
в) проходит через любое промежуточное значение;
г) проходит через начало координат.

Выполнение практических работ

1. Вычислить пределы: а) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^2+2x+5}{x^2+1}$ б) $\lim\limits_{x\to4}\frac{\sqrt{2x+1}-3}{\sqrt{x-2}-\sqrt{2}}$.

2. Вычислить первый и второй замечательные пределы:

а) $\lim\limits_{x\to0}\frac{\sin x}{tgx}$ б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{2}{x}\right)^x$.

3. Определить, ограничена ли последовательность:
а) …, - 2n, $\dots, -8, -6, -4, -2$; б) $\frac{n}{n+3}$

4. Определить, монотонна ли последовательность: а) $\frac{n}{n+4}$; б) $\frac{4}{5^n}$

ТЕМА 2. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИИ ОДНОЙ ДЕЙСТВИТЕЛЬНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

Перечень вопросов к устному опросу:

1. Определение производной.
2. Производные и дифференциалы высших порядков.
3. Полное исследование функции. Построение графиков.

Тестирование

1. Дифференцирование функции f(x) – это…
а) нахождение первообразной от f(x);
б) операция нахождения производной от f(x);
в) исследование функции на монотонность;
г) нахождение точек экстремума f(x).

2. Для того чтобы функция f(x) была дифференцируема в данной точке, необходимо и достаточно, чтобы она имела в этой точке…
а) предел;
б) точную верхнюю границу;
в) точную нижнюю границу;
г) конечную производную.

3. Производная функции $\frac{u}{v}$ имеет вид…

а) $u'\cdot v+u\cdot v'$; б) $\frac{u'\cdot v+u\cdot v'}{u^2}$

в) $u\cdot v-u'\cdot v'$; г) $\frac{u'\cdot v-u\cdot v'}{v^2}$

4. Пусть даны функции у = f(u) и u = $\varphi(x)$, тогда производная сложной функции $y = f[\varphi(x)]$ имеет вид…

а) $У'_x = f'_u(u)\cdot\varphi'_x(x)$;

б) $У'_x = f'_x(u)\cdot\varphi'_x(x)$;

в) $У'_x = f'_u(u)+\varphi'_x(x)$;

г) $У'_x = f'_x(u)-\varphi'_x(x)$

5. Исходя из необходимого условия локального экстремума, если функция у = f(x) имеет в точке x_o локальный экстремум и дифференцируема в этой точке, то ее производная…

а) равна единице;

б) равна нулю;

в) больше нуля;

г) меньше нуля.

6. Производная функции $У = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x + 1$ имеет вид…

а) $У' = \frac{x^2}{3} - 4x + 3$;

б) $У' = x^2 - 4x + 3$;

в) $У' = x^4 - 2x^3 + 3$;

г) $У' = \frac{x^4}{3} + 2x^2$

7. Если кривая у = f(x) на интервале (а;б) обращена выпуклостью вверх, то…

а) $f''(x) < 0$;

б) $f''(x) = 0$;

в) $f''(x) > 0$;

г) $f''(x) \le 0$

8. Если $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = A$ или $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = A$, то прямая У=А называется…

а) асимптотой графика функции у = f(x);

б) наклонной асимптотой;

в) горизонтальной асимптотой;

г) вертикальной асимптотой.

Выполнение практических работ

1. Найти производные функций.

а) $y = x^4 + 3x^2 - 6$

б) $y = x(3x + 2)$

в) $y = 2arctg\frac{x\sqrt{2}}{1 - x^2}$

г) $y = \arccos\frac{x - 1}{x + 1}$

2. Исследовать функцию и построить её график: $y = \frac{x^3}{4 - x^2}$

ТЕМА 3. ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИИ ОДНОЙ ДЕЙСТВИТЕЛЬНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

Перечень вопросов к устному опросу:

1. Неопределенный и определенный интеграл и его свойства.
2. Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования.
3. Вычисление определенных интегралов.
4. Применение определенных интегралов.

Тестирование

1. Несобственный интеграл первого рода имеет вид…

а) $\int\limits_{o}^{a} f(x)dx = \lim\limits_{R\to a} \int\limits_{o}^{R} f(x)dx$;

б) $\int\limits_{a}^{=\infty} f(x)dx = \lim\limits_{R\to +\infty} \int\limits_{o}^{R} f(x)dx$;

в) $\int\limits_{a}^{b} f(x)dx = \lim\limits_{\varepsilon\to o} \int\limits_{a}^{b-\varepsilon} f(x)dx$;

г) $\int\limits_{a}^{b} f(x)dx = \lim\limits_{\varepsilon\to o} \int\limits_{\varepsilon}^{b} f(x)dx$

2. Если интеграл $\int\limits_{a}^{+\infty} |f(x)|dx$ сходится, то интеграл $\int\limits_{a}^{+\infty} f(x)dx$ …

а) сходится абсолютно;
б) расходится;
в) сходится;
г) расходится абсолютно.

3. Если требуется вычислить площадь криволинейной трапеции, ограниченной кривой y = f(x), прямыми x = a, x = b и осью 0_X, то площадь будет равна…

а) $S = \int\limits_{a}^{b} f(x)dx$;

б) $S = f(x)\cdot\int\limits_{a}^{b} f(x)dx$;

в) $S = 1 + \int\limits_{f}^{b} f(x)dx$;

г) $S = \int\limits_{a}^{b} (f(x)+1)dx$.

4. Формула Ньютона-Лейбница имеет вид…

а) $\int_a^b f(x)dx = F(a) - F(b)$;

б) $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$;

в) $\int_a^b f(x)dx = \int_b^a f(x)dx + 1$;

г) $\int_a^b f(x)dx = F(b) + F(a)$.

5. Чему равен определенный интеграл $\int_o^{2\pi} Sinxdx$?

а) 0 ;
б) -1 ;
в) π ;
г) 1

6. Нахождение первообразной для функции f(x) называется…
а) дифференцированием функции f(x);
б) частной производной функции f(x);
в) несобственным интегралом функции f(x);
г) интегрированием функции f(x).

7. Дифференциал от неопределенного интеграла $d(\int f(x)dx)$ равен…

а) $d(\int f(x)dx) = \int f(x)dx$;

б) $d(\int f(x)dx) = f(x)dx$;

в) $d(\int f(x)dx) = \int d(f(x))$;

г) $d(\int f(x)dx) = F(x)dx$.

8. Чему равен интеграл от функции $f(x) = \dfrac{1}{a^2 - x^2}$?

а) $\int \dfrac{dx}{a^2 - x^2} = \dfrac{1}{a}\ln\left|\dfrac{a-x}{a+x}\right| + c$;

б) $\int \dfrac{dx}{a^2 - x^2} = 2a\ln|a-x| \cdot \dfrac{a+x}{a-x} + c$;

в) $\int \dfrac{dx}{a^2 - x^2} = \dfrac{2}{a}\ln\left|\dfrac{a+x}{f-x}\right| + c$;

г) $\int \dfrac{dx}{a^2 - x^2} = \dfrac{1}{2a}\ln\left|\dfrac{a+x}{a-x}\right| + c$

9. Формула интегрирования по частям имеет вид…

а) $\int u \cdot dv = u \cdot v - \int v \cdot du$;

б) $\int u \cdot dv = \int u \cdot du + u \cdot v$;

в) $\int u \cdot dv = u \cdot v + \int u \cdot dv$;

г) $\int u \cdot dv = \int v \cdot du - u \cdot v$.

10. Интеграл от функции $f(x)=10^x$, т.е. $\int 10^x dx$ имеет вид…

а) $\ln 10 \cdot 10^x + c$;
б) $10^{x+1} + c$;
в) $\frac{10^x}{\ln 10} + c$;
г) $\frac{\ln 10}{10^x} + c$.

Выполнение практических работ

1. Вычислить определенные интегралы: а) $\int_0^1 \frac{xdx}{1+\sqrt{x}}$ б) $\int_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{xdx}{\sin^2 x}$.

2. Вычислить несобственные интегралы и установить их сходимость:

а) $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^4}$ б) $\int_e^{+\infty} \frac{dx}{x\ln x}$.

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной параболами $y=x^2$ и $y=\frac{x^3}{3}$.

ТЕМА 4. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИИ НЕСКОЛЬКИХ ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫХ ПЕРЕМЕННЫХ

Перечень вопросов к устному опросу:

1. Предел и непрерывность функции нескольких переменных.
2. Частные производные. Дифференцируемость функции нескольких переменных.
3. Производные высших порядков и дифференциалы высших порядков.

Тестирование

1. Если к каждой паре x и y значений двух независимых друг от друга переменных величин x и y из некоторой области их изменения D соответствует определенное значение величины z, то мы говорим, что z есть…
   а. функция двух независимых переменных x и y, определенных в области D и обозначающаяся z = f(x,y);
   б. функция двух зависимых переменных x и y;
   в. функция двух независимых переменных x и y, обозначающаяся z = f(x)+f(y);
   г. функция двух независимых переменных, определенная в области (-∞; +∞) и обозначающаяся z = f(x,y).
2. Точки области, не лежащие на границе области, называются:
   а. внутренними точками области;
   б. областью определения функции;

в. точками, принадлежащими замкнутой области;
г. собственными точками области.
3. Функция $z = f(M)$ называется непрерывной в M_0, если:
а. предел функции в этой точке не существует;
б. предел функции в этой точке существует и равен значению переменной x;
в. предел функции в этой точке существует и равен значению функции в этой точке;
г. предел функции при $x \to +\infty$ и $y \to -\infty$ существует и равен конкретному числу.
4. Точка М называется внутренней точкой некоторого множества X, если…
а. существует δ-окрестность этой точки, состоящая из точек этого же множества;
б. если в любой ее δ-окрестности есть точки как принадлежащие множеству, так и не принадлежащие;
в. существует круг, внутри которого она содержится;
г. если она не лежит на границе множества X.
5. Обозначение частной производной функции $z = f(x,y)$ по x:
а. z'_y;
б. z'_{xy};
в. z'_{yx};
г. z'_x;
6. Если функция $z = f(M)$ дифференцируема в т. М, то она…
а. не имеет частных производных в т. М;
б. непрерывна в этой точке;
в. имеет разрыв в этой точке;
г. имеет только одну частную производную в т. М.
7. Укажите сложную функцию двух переменных:
а. $z = f[x; y(t)]$;
б. $z = f[x(t); y(t)]$;
в. $z = f[x(t); y]$;
г. $z = f[t(x,y)]$;
8. Укажите общую формулу дифференциала функции двух переменных:
а. $dz = A*x + B*y$;
б. $dz = A*(\Delta x + \Delta y)$;
в. $dz = A*\Delta x + B*\Delta y$;
г. $\Delta z = A*\Delta x + B*\Delta y + \alpha(\Delta x, \Delta y)* \Delta x + \beta(\Delta x, \Delta y)* \Delta y$.
9. Плоскость, проходящая через точку N_0 поверхности, называется касательной плоскостью в т. N_0, если…

а. если угол между секущей, проходящей через N_0 и любой точкой N поверхности меньше 90°;

б. если плоскость и поверхность имеют только одну точку соприкосновения;

в. если угол между секущей, проходящей через N_0, и любую точку N поверхности и проекцией этой прямой стремится к нулю, когда N_0 стремится к точке N;

г. угол между секущей, проходящей через N_0 и любую точку N поверхности, и проекцией этой прямой стремится к нулю, когда N стремится к точке N_0.

10. Укажите правильное обозначение частной производной второго порядка от функции z = f(x,y):

а. $\frac{\delta^2 z}{\delta^2 x} = f''_{xx}(x,y)$; $\quad \frac{\delta^2 z}{\delta x^2} = f''_{xx}(x,y)$;

б. $\frac{\delta^2 z}{\delta x^2} = f''_{xy}(x,y)$; $\quad \frac{\delta z}{\delta y \delta x} = f''_{yy}(x,y)$.

11. Функция z = f(M) имеет в точке M_0 локальный максимум, если для любой точки M из некоторой окрестности точки M_0 выполняется неравенство:

а. $f(x,y) >= f(x_0,y_0)$;
б. $f(x,y) <= f(x_0,y_0)$;
в. $f(x,y) > f(x_0,y_0)$;
г. $f(x,y) > f(x_0,y_0)$;

Выполнение практических работ

1. Найти экстремумы функции: $z = 2x^3 + xy^2 + 5x^2 + y^2$.

2. Для данной поверхности найти уравнения касательной плоскости и нормали в указанной точке: $z = 2x^2 - 4y^2 \quad A(2;1;4)$.

ТЕМА 5. ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИИ НЕСКОЛЬКИХ ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫХ ПЕРЕМЕННЫХ

Перечень вопросов к устному опросу:

1. Двойные интегралы и их свойства.
2. Повторные интегралы.
3. Приложение двойных интегралов.

Выполнение практических работ

1. Вычислить двойной интеграл: а) $\iint\limits_D e^{x+y} dxdy \ (D: \ 0 \le x \le 1, \quad 0 \le y \le 1)$,

б) $\iint\limits_D \frac{1}{(x+y+1)^2} dxdy \ (D: \ 0 \le x \le 1, \quad 0 \le y \le 3)$

2. Изменить порядок интегрирования в двукратном интеграле:

а) $\int\limits_{-1}^{1} dx \int\limits_{0}^{\sqrt{1-x^2}} f(x;y)dy$, б) $\int\limits_{1}^{2} dx \int\limits_{x}^{2x} f(x;y)dy$

ТЕМА 6. ТЕОРИЯ РЯДОВ

Перечень вопросов к устному опросу:

1. Определение числового ряда. Свойства рядов.
2. Функциональные последовательности и ряды.
3. Исследование сходимости рядов.

Выполнение практических работ

1. Исследовать на сходимость ряды: а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n}{n^2}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{1+2^n}$.
2. Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряды:
а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n\sin n}{n^2}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{3n}{4n+7}$.
3. Найти область сходимости ряда: $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{x^n}{n}$.
4. Разложить функцию в ряд Маклорена: $f(x)=\frac{\cos 2x}{x^2}$.

ТЕМА 7. ОБЫКНОВЕННЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Перечень вопросов к устному опросу:

1. Общее и частное решение дифференциальных уравнений.
2. Дифференциальные уравнения 2-го порядка.
3. Решение дифференциальных уравнений 2-го порядка.

Выполнение практических работ

1.Решить уравнение с разделяющимися переменными: $(1+y^2)dx = xdy$

2. Проверить, является ли данное уравнение уравнением в полных дифференциалах и решить его: $(4x^3+2xy)dx + x^2dy = 0$

3.Решить линейное уравнение второго порядка со специальной правой частью: $y''+9y=15\sin 2x$

ТЕМА 8-9. МАТРИЦЫ И ОПРЕДЕЛИТЕЛИ

Перечень вопросов к устному опросу:

1. Понятие Матрицы.
2. Действия над матрицами.
3. Определитель матрицы.
4. Обратная матрица. Ранг матрицы.
5. Основные понятия системы линейных уравнений.
6. Правило решения произвольной системы линейных уравнений.
7. Решение системы линейных уравнений методом Гаусса.

Тестирование

1. Даны матрицы $A=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 5 & 7\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 2 & 0\\ 3 & 1 & 0\end{pmatrix}$, выяснить какой матрице равен результат произведения матриц AB:

а) $\begin{pmatrix}10 & 5 & 0\\ 26 & 17 & 0\end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix}10 & 26 & 0\\ 5 & 17 & 0\end{pmatrix}$ в) $\begin{pmatrix}0 & 5 & 10\\ 0 & 17 & 26\end{pmatrix}$ г) $\begin{pmatrix}0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}$

2. Дана матрица $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & -2\\ 2 & 1 & 0\\ 1 & 4 & 3\end{pmatrix}$, составить для нее транспонированную матрицу A':

а) $\begin{pmatrix}3 & -6 & 6\\ 14 & 5 & 2\\ 2 & 4 & -3\end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix}3 & 14 & 2\\ -6 & 5 & 4\\ 6 & 2 & -3\end{pmatrix}$ в) $\begin{pmatrix}1 & 2 & 1\\ 2 & 1 & 4\\ -2 & 0 & 3\end{pmatrix}$ г) $\begin{pmatrix}1 & 2 & -2\\ 2 & 1 & 0\\ 1 & 4 & 3\end{pmatrix}$

3. Дана матрица $A=\begin{pmatrix}1 & 0 & -1\\ 2 & 1 & 0\\ 4 & 2 & 0\end{pmatrix}$. Определитель матрицы A равен:

а) 2 б) -8 в) $\frac{1}{2}$ г) 0

4. Какое уравнение в СЛУ называется противоречивым:

а) $0x_1+0x_2+...+0x_n=b$ б) $0x_1+0x_2+...+0x_n=0$

в) $a_{11}x_1+a_{12}x_2+...+a_{1n}x_n=b_1$ г) $a_{11}x_1+a_{12}x_2+...+a_{1n}x_n=0$

5. Дана система уравнений $\begin{cases}x_1+2x_2+3x_3=1\\ 4x_1+5x_3=2\\ -x_1+6x_2+4x_3=1\end{cases}$. Выберите верное утверждение:

а) система определенная;
б) система несовместная;
в) система неопределенная;
г) система совместная.

6. Дана матрица $A=\begin{pmatrix}4 & 0 & 1\\ 0 & 2 & 2\\ 1 & 3 & 0\end{pmatrix}$. Обратная для нее матрица имеет вид:

а) $A^{-1} = \begin{pmatrix} -6 & -3 & -2 \\ -2 & -1 & 8 \\ -2 & 12 & 8 \end{pmatrix}$ б) $A^{-1} = \begin{pmatrix} -6 & -2 & -2 \\ -3 & -1 & 12 \\ -2 & 8 & 8 \end{pmatrix}$ в) $A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{6}{26} & \frac{3}{26} & \frac{2}{26} \\ \frac{2}{26} & \frac{1}{26} & \frac{-8}{26} \\ \frac{2}{26} & \frac{12}{26} & \frac{-8}{26} \end{pmatrix}$

г) $A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{6}{26} & \frac{2}{26} & \frac{2}{26} \\ \frac{3}{26} & \frac{1}{26} & \frac{12}{26} \\ \frac{2}{26} & \frac{-8}{26} & \frac{-8}{26} \end{pmatrix}$

7. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 21 & 0 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 5 \\ -2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$. Выяснить какого размера будет матрица, полученная в результате произведения $A \times B$:
а) 2×3 б) 3×2 в) 2×2 г) 3×3

8. Дан определитель третьего порядка $\begin{vmatrix} 1 & 5 & 0 \\ 2 & -2 & -3 \\ 2 & 1 & 4 \end{vmatrix}$, тогда минор для элемента a_{32} будет иметь вид:
а) $\begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}$ б) $\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 4 \end{vmatrix}$ в) $\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -3 \end{vmatrix}$ г) $\begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 2 & -2 \end{vmatrix}$

9. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 4 & 6 & 8 \\ 2 & 3 & 4 \\ 11 & 0 & 1 \end{vmatrix}$:
а) 4 б) 2 в) 1 г) 0

10. Для нахождения обратной матрицы A^{-1} необходимо, чтобы определитель матрицы А был:
а) равен нулю б) отличен от нуля
в) равен единице г) отличен от единицы

11. Треугольная матрица ступенчатого вида – это матрица, в которой:
а) число строк равно числу столбцов;
б) число строк не равно числу столбцов;
в) число строк меньше числа столбцов;
г) число строк больше числа столбцов.
12. Трапециевидная матрица ступенчатого вида – это матрица, в которой:
а) число строк равно числу столбцов;
б) число строк меньше числа столбцов;
в) число строк больше числа столбцов;
г) число строк равно нулю.

13. Из теоремы Кронекера-Капелли следует, что СЛУ совместна тогда и только тогда, когда:
а) ранг основной матрицы равен единице;
б) ранг расширенной матрицы равен единице;
в) ранг основной матрицы равен рангу расширенной матрице;
г) ранг основной матрицы меньше ранга расширенной матрице.

14. При решении СЛУ методом Крамера необходимо, чтобы:
а) $\Delta = 0$ б) $\Delta \neq 0$ в) $\Delta x = 0$ г) $\Delta x \neq 0$

15. Система совместно определенная, если она:
а) не имеет решение б) имеет множество решений
в) имеет два решения г) имеет единственное решение.

16. Решением СЛУ называется набор действительных чисел, при подстановки которых в каждое уравнение системы, будем получать:
а) верные равенства б) верные неравенства
в) пустое множество г) универсальное множество.

Выполнение практических работ

1. Выполните действия над матрицами: $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 1 & 5 & 4 \end{pmatrix} =$

2. Найти ранг матрицы: $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 2 & 4 \\ 1 & 5 & 5 & -4 & -4 \\ 1 & 8 & 7 & -7 & -8 \end{pmatrix}$

3. Вычислить определитель матрицы третьего порядка: $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$

4. Решить СЛУ: а) по формулам Крамера; б) с помощью метода Гаусса:
$$\begin{cases} x + 5y - z = -1 \\ 2x + y - 2z = 7 \\ x - 4y + z = 0 \end{cases}$$

5. Определить, совместна ли система, и решить ее: $\begin{cases} 4x_2 - x_3 + 3x_4 = 1 \\ x_1 + 2x_4 = 1 \\ x_1 + 4x_2 - x_3 = -3 \\ -x_3 + 2x_4 = 0 \end{cases}$

ТЕМА 10. ВЕКТОРЫ И ДЕЙСТВИЯ С НИМИ

Перечень вопросов к устному опросу:

1. Определение вектора. Операции над векторами, их свойства.
2. Вычисление скалярного, смешанного, векторного произведения векторов.
3. Приложения скалярного, смешанного, векторного произведения векторов.

Тестирование

1. Что называется вектором?
   а. направленный отрезок;
   б. отрезок, не имеющий ни начала, ни конца;
   в. отрезок, не имеющий начала, но имеющий конец;
   г. луч.
2. В каком случае векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CD}$ сонаправлены?
   а. если векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CD}$ лежат на одной прямой и ни один из лучей AB и CD не содержит другой луч;
   б. если векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CD}$ лежат на одной прямой и один из лучей AB или CD целиком содержится в другом луче;
   в. если $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CD}$ лежат на одной прямой;
   г. если $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CD}$ лежат на параллельных прямых.
3. Тройка ненулевых векторов называется компланарной, если…
   а. эти векторы лежат в трех непараллельных плоскостях;
   б. эти векторы лежат в одной плоскости или в параллельных плоскостях или, если отложить от одной точки, то они должны лежать в одной плоскости;
   в. два вектора лежат в одной плоскости, а третий - в непараллельной им плоскости;
   г. все три вектора имеют общую точку пересечения.
4. Укажите условие коллинеарности двух векторов:
   а. $b_1 = \alpha * a_1$, $b_2 = \alpha * a_2$, $b_3 = \alpha * a_3 \rightarrow \alpha = b_1 * a_1 = b_2 * a_2 = b_3 * a_3$;
   б. $b_1 = b_2 = b_3$;
   в. $\alpha = b_1 / a_2 = b_2 / a_1 = b_3 / a_3$;
   г. $\alpha = b_1 / a_1 = b_2 / a_2 = b_3 / a_3$.
5. Чему будет равна проекция вектора $\overrightarrow{AB}$ на ось S, если $\overrightarrow{AB}$ составляет с S угол $0 < \varphi < \pi$?
   а. $\text{Пр}_s(\overrightarrow{AB}) = |\overrightarrow{AB}|$;
   б. $\text{Пр}_s(\overrightarrow{AB}) = 0$;
   в. $\text{Пр}_s(\overrightarrow{AB}) = |\overrightarrow{AB}| * \cos\varphi$;
   г. $\text{Пр}_s(\overrightarrow{AB}) = -|\overrightarrow{AB}|$.
6. Укажите скалярное произведение векторов:

а. $(\vec{a} * \vec{b}) = |\vec{a}| * |\vec{b}|$;

б. $(\vec{a} * \vec{b}) = |\vec{a}| * |\vec{b}| * \cos\varphi$, где $\varphi = (\vec{a} \wedge \vec{b})$;

в. $(\vec{a} * \vec{b}) = |\vec{a}| * |\vec{b}| * \sin\varphi$;

г. $(\vec{a} * \vec{b}) = |\vec{a}| * |\vec{b}| * 2 * \sin\varphi * \cos\varphi$.

7. Модуль вектора $\overrightarrow{AB}$ равен:

а. $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(b_1 - a_1)^2 + (b_2 - a_2)^2 + (b_3 - a_3)^2}$, A($a_1$, a_2, a_3), B(b_1, b_2, b_3) – координаты точек;

б. $|\overrightarrow{AB}| = (b_1 - a_1) + (b_2 - a_2) + (b_3 - a_3)$;

в. $|\overrightarrow{AB}| = a_1 * b_1 + a_2 * b_2 + a_3 * b_3$;

г. $|\overrightarrow{AB}| = a_1 * a_2 * a_3 + b_1 * b_2 * b_3$.

8. Чему равно векторное произведение векторов?

а. $[\vec{a} * \vec{b}] = |\vec{a}| * |\vec{b}| * \cos\alpha$;

б. $[\vec{a} * \vec{b}] = |\vec{a}| * |\vec{b}| * \sin\alpha$;

в. $[\vec{a} * \vec{b}] = |\vec{a}| * |\vec{b}|$;

г. $[\vec{a} * \vec{b}] = |\vec{a}| * |\vec{b}| * 2 * \sin\alpha * \cos\alpha$.

9. Если векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ заданы своими координатами $\vec{a}(a_1, a_2, a_3)$, $\vec{b}(b_1, b_2, b_3)$, $\vec{c}(c_1, c_2, c_3)$, то смешанное произведение векторов $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ в координатной форме имеет вид:

а. $\vec{a} * \vec{b} * \vec{c} = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$;

б. $\vec{a} * \vec{b} * \vec{c} = \begin{vmatrix} c_1 & c_2 & c_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ a_1 & a_2 & a_3 \end{vmatrix}$;

в. $\vec{a} * \vec{b} * \vec{c} = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$;

г. $\vec{a} * \vec{b} * \vec{c} = \begin{vmatrix} c_1 & b_1 & a_1 \\ c_2 & b_2 & a_2 \\ c_3 & b_3 & a_3 \end{vmatrix}$.

Выполнение практических работ

1. По координатам вершин пирамиды ABCD найти:

а) длины ребер AB и AC;

б) косинус угла между векторами $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$

в) объём пирамиды ABCD;

г) высоту, опущенную из вершины D на грань ABC.
A(-1;2;1), B(-2;2;5), C(-3;3;1), D(-1;4;3).

2. По четырем заданным точкам
$A_1(1,\ 1,\ 1)$, $A_2(-1,\ 2,\ 4)$, $A_3(2,\ 0,\ 6)$, $A_4(-2,\ 5,\ -1)$ построить пирамиду и средствами векторной алгебры найти:
а) объем пирамиды $A_1A_2A_3A_4$;
б) длину ребра A_2A_3;
в) площадь грани $A_1A_2A_3$;
г) угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_4.

ТЕМА 11. АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ НА ПЛОСКОСТИ

Перечень вопросов к устному опросу:

1. Уравнение прямой на плоскости.
2. Угол между прямыми. Расстояние от точки до прямой.
3. Линии второго порядка на плоскости.
4. Уравнение окружности, эллипса, гиперболы и параболы на плоскости.

Тестирование

1. Дано общее уравнение прямой $6x+12y-18=0$, тогда уравнение этой же прямой «в отрезках» имеет вид:

а) $\frac{x}{3}+\frac{y}{\frac{3}{2}}=1$ б) $\frac{x}{3}-\frac{y}{\frac{3}{2}}=1$ в) $\frac{x}{\frac{3}{2}}+\frac{y}{3}=1$ г) $\frac{x}{\frac{1}{3}}+\frac{y}{\frac{2}{3}}=1$

2. Дана точка $M_0(5,-3)$, прямая $l:\ 2x-5y+4=0$, тогда расстояние от точки M_0 до прямой l равно:

а) $\frac{99}{\sqrt{7}}$ б) $\sqrt{29}$ в) 29 г) $\sqrt{34}$

3. Определить взаимное расположение на плоскости двух прямых
$l_1:\ y=12x+4,\quad l_2:\ y=12x-15$:

а) совпадают б) перпендикулярны
в) параллельны г) пересекаются под углом не равным 90^0

4. Определить взаимное расположение на плоскости двух прямых
$l_1:\ y=17x-9,\quad l_2:\ y=\frac{-1}{17}x+5$:

а) совпадают б) перпендикулярны
в) параллельны г) пересекаются под углом не равным 90^0

5. Определить взаимное расположение в пространстве двух плоскостей
$\alpha_1:\ 3x-2y+4z-3=0,\quad \alpha_2:\ 6x-4y+8z+1=0$:

а) перпендикулярны б) параллельны

в) совпадают г) пересекаются под углом не равным 90^0

6. Определить взаимное расположение в пространстве двух плоскостей $\alpha_1: \ x-2y+6z+10=0, \quad \alpha_2: 4x-8y+24z+60=0$:

а) перпендикулярны б) параллельны

в) совпадают г) пересекаются под углом не равным 90^0

7. По формуле $\dfrac{|Ax_0+By_0+Cz_0+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$ можно вычислить:

а) расстояние от точки до прямой;

б) расстояние от точки до плоскости;

в) расстояние между параллельными плоскостями;

г) угол между прямой и плоскостью.

8. По формуле $\dfrac{|D_2-D_1|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$ можно вычислить:

а) расстояние между параллельными плоскостями;

б) угол между прямыми;

в) скалярное произведение векторов;

г) векторное произведение векторов.

9. По формуле $\dfrac{A_1A_2+B_1B_2+C_1C_2}{\sqrt{A_1{}^2+B_1{}^2+C_1{}^2}\sqrt{A_2^2+B_2^2+C_2^2}}$, где $\overrightarrow{n_1}(A_1, B_1, C_1)$, $\overrightarrow{n_2}(A_2, B_2, C_2)$ можно вычислить:

а) угол между прямыми;

б) угол между прямой и плоскостью;

в) угол между плоскостями;

г) расстояние от точки до прямой.

10. Какое из соотношений задает условие параллельности прямой и плоскости:

а) $\dfrac{A}{m}=\dfrac{B}{p}=\dfrac{C}{q}$ б) $Am+Bp+Cq=0$

в) $\dfrac{A_1}{A_2}=\dfrac{B_1}{B_2}=\dfrac{C_1}{C_2}$ г) $\dfrac{m_1}{m_2}=\dfrac{p_1}{p_2}=\dfrac{q_1}{q_2}$

Выполнение практических работ

1. Привести к каноническому виду уравнение прямой: $\begin{cases} x - 2y + 3z - 4 = 0, \\ 3x + 2y - 5z - 4 = 0 \end{cases}$.

2. Написать параметрическое уравнение прямой, проходящей через точку $M_0(-2;1;-1)$ и параллельно вектору $\vec{a}(1;-2;3)$.

3. Написать общее уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1(-1;3;2)$, $M_2(4;1;0)$ и параллельно прямой $\frac{x+2}{3} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z+5}{1}$.

4. Найти расстояния между прямыми $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = 3 + 2t \end{cases}$ и $2x - y + 8 = 0$.

ОЦЕНКА УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ СТУДЕНТА

Критерии оценки устных ответов

Оценка	Уровень подготовки
«Отлично»	Выставляется обучающемуся, который: – полно раскрыл содержание материала в объеме, предусмотренном программой и учебником; – изложил материал грамотным языком, точно используя терминологию и символику, в определенной логической последовательности; – правильно выполнил рисунки, чертежи, графики, сопутствующие ответу; – показал умение иллюстрировать теорию конкретными примерами, применять ее в новой ситуации при выполнении практического задания; – продемонстрировал знание теории ранее изученных сопутствующих тем, сформированность и устойчивость используемых при ответе умений и навыков; – отвечал самостоятельно, без наводящих вопросов преподавателя; возможны одна-две неточности при освещение второстепенных вопросов или в выкладках, которые обучающийся легко исправил после замечания преподавателя.
«Хорошо»	Выставляется обучающемуся, если: – его ответ удовлетворяет в основном требованиям на оценку «отлично», но при этом имеет некоторые из недостатков: в изложении допущены небольшие пробелы, не исказившее содержание ответа; – допущены 1-2 недочета при освещении основного содержания ответа, исправленные после замечания преподавателя; – допущены ошибка или более 2 недочетов при освещении второстепенных вопросов или в выкладках, легко исправленные после замечания преподавателя.
«Удовлетворительно»	Выставляется обучающемуся, который: – неполно излагает содержание материала (содержание изложено фрагментарно, не всегда последовательно), но показывает общее понимание вопроса и демонстрирует умения, достаточные для усвоения программного материала; – имелись затруднения или допущены ошибки в определении терминологии, чертежах, выкладках, исправленные после нескольких наводящих вопросов преподавателя; – не справляется с применением теории в новой ситуации при выполнении практического задания, но выполняет задания обязательного уровня сложности по данной теме.
«Неудовлетворительно»	Выставляется обучающемуся, который: – не раскрывает основное содержание учебного материала; – обнаружено незнание обучающимся большей или наиболее важной части учебного материала; – допущены ошибки в определении понятий, при использовании терминологии, в рисунках, чертежах или графиках, в выкладках, которые не исправлены после нескольких наводящих вопросов преподавателя.

Критерии оценки письменных работ

Оценка	Уровень подготовки
«Отлично»	Выставляется обучающемуся, если: – работа выполнена полностью; – в обосновании решения и логических рассуждениях нет пробелов и ошибок; – в решении нет ошибок (возможны некоторые неточности, описки, которые не являются следствием незнания или непонимания учебного материала).
«Хорошо»	Выставляется обучающемуся, если: – работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны (если умение обосновывать рассуждения не являлось специальным объектом проверки); – допущены 1 ошибка, или есть 2–3 недочёта в выкладках, рисунках, чертежах или графиках (если эти виды работ не являлись специальным объектом проверки).
«Удовлетворительно»	Выставляется обучающемуся, если: – допущено не более двух ошибок или более двух-трех недочетов в выкладках, чертежах или графиках, но обучающийся обладает обязательными умениями по проверяемой теме.
«Неудовлетворительно»	Выставляется обучающемуся, если: – допущены существенные ошибки, показавшие, что обучающийся не обладает обязательными умениями по данной теме в полной мере.

Преподаватель может повысить отметку за оригинальный ответ на вопрос или оригинальное решение задачи; за решение более сложной задачи или ответ на более сложный вопрос, предложенные обучающемуся дополнительно после выполнения им каких-либо других заданий.

Критерии оценки тестовых заданий

Процент результативности (правильных ответов)	Оценка уровня подготовки	
	Балл	Вербальный аналог
При наличии 20 вопросов в тесте:		
18 ÷ 20	5	отлично
15 ÷ 17	4	хорошо
12 ÷ 14	3	удовлетворительно
менее 12	2	неудовлетворительно
При наличии 15 вопросов в тесте:		
14 ÷ 15	5	отлично
12 ÷ 13	4	хорошо
10 ÷ 11	3	удовлетворительно
менее 10	2	неудовлетворительно
При наличии 10 вопросов в тесте:		
9 ÷ 10	5	отлично
7 ÷ 8	4	хорошо
5 ÷ 6	3	удовлетворительно
менее 5	2	неудовлетворительно

При наличии 5 вопросов в тесте:		
5	5	отлично
4	4	хорошо
3	3	удовлетворительно
2	2	неудовлетворительно